

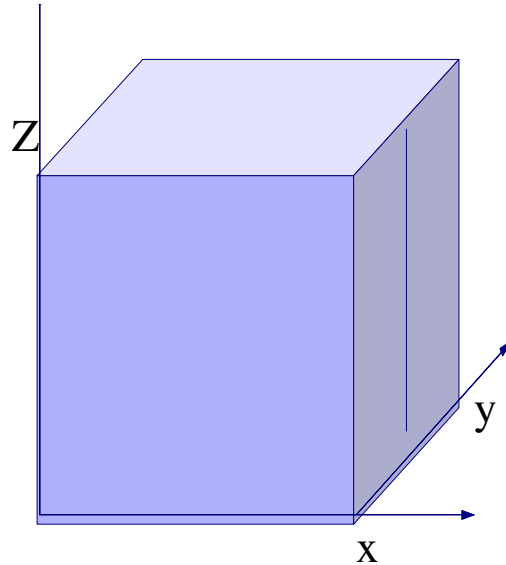
Lösung

Optimale Halle berechnen

Hallenlänge: x
Hallenbreite: y (Eine Seite mit Tor)
Hallenhöhe: z

Preise

Mauerwerk: $m = 10\text{€}/\text{m}^2$,
Tor: $t = 30\text{€}/\text{m}^2$,
Dach: $D = 40\text{€}/\text{m}^3$,
Budget: $P = 1.000.000\text{€}$,



Lagrange Ansatz

$$L = x \cdot y \cdot z + \lambda (2 \cdot m \cdot x \cdot z + m \cdot y \cdot z + t \cdot y \cdot z + t \cdot y \cdot y \cdot x - P)$$

Gleichungssystem

$$\begin{aligned} A: & y \cdot z - \lambda (2 \cdot m \cdot z + D \cdot y^2) = 0, \\ B: & x \cdot z - \lambda (t \cdot z + m \cdot z + 2 \cdot D \cdot x \cdot y) = 0, \\ C: & x \cdot y - \lambda (2 \cdot m \cdot x + t \cdot y + m \cdot y) = 0, \\ D: & 2 \cdot m \cdot x \cdot z + t \cdot y \cdot z + m \cdot y \cdot z + D \cdot x \cdot y^2 = P \end{aligned}$$

Eingesetzte Preise

$$\begin{aligned} a: & y \cdot z - \lambda (2 \cdot 10 \cdot z + 40 \cdot y^2) = 0, \\ b: & x \cdot z - \lambda (30 \cdot z + 10 \cdot z + 2 \cdot 40 \cdot x \cdot y) = 0, \\ c: & x \cdot y - \lambda (2 \cdot 10 \cdot x + 30 \cdot y + 10 \cdot y) = 0, \\ d: & 2 \cdot 10 \cdot x \cdot z + 30 \cdot y \cdot z + 10 \cdot y \cdot z + 40 \cdot x \cdot y^2 = 1000000 \end{aligned}$$

Bestimmungsgleichung für Lambda
 $x = 120 \cdot \lambda$, $y = 30 \cdot \lambda$, $z = 3600 \cdot \lambda^2$ (in d einsetzen)

Lösung:

$$\begin{aligned} \lambda & \sim 0,3867 \\ x & \sim 46,42\text{m} \\ y & \sim 11,6\text{m} \\ z & \sim 538\text{m} \end{aligned}$$

Exakte Lösung

$$\lambda = \frac{5^{2/3}}{6 \sqrt[3]{2}}, \quad x = 10 \times 10^{2/3}, \quad y = \frac{5 \times 5^{2/3}}{\sqrt[3]{2}}, \quad z = 250 \sqrt[3]{10}$$