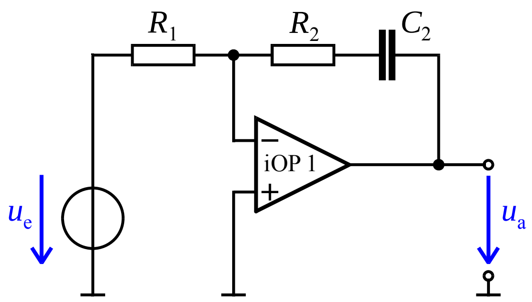
Lösungsübersicht EL WS 2006

Die Lösungen sind z.T. ausführlicher kommentiert und diskutiert als es während einer Klausur möglich ist.

1. Verstärker mit OP [28]

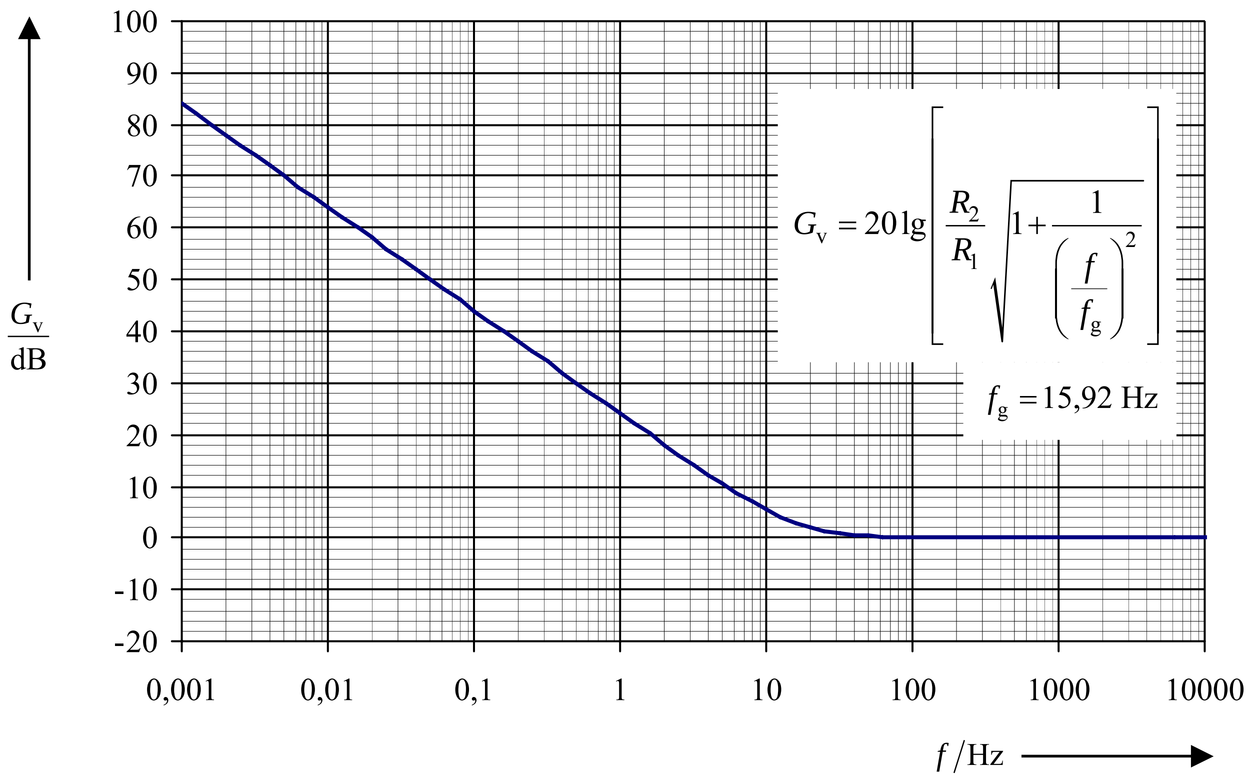


1.1 Komplexer Frequenzgang der Leerlauf-Spannungsverstärkung $\underline{v}_u = \underline{u}_a / \underline{u}_e$

$$\underline{v} = \frac{\underline{u}_a}{\underline{u}_e} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \underline{Z}_2 = R_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2} \\ \underline{Z}_1 = R_1 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \underline{v} = \frac{\underline{u}_a}{\underline{u}_e} = -\frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{1}{j\dfrac{f}{f_g}}\right) \quad \text{mit} \quad f_g = \frac{1}{2\pi C_2 R_2}$$

Ausführliche Rechnung auf Seite 10

1.2 Übertragungsmaß $G_v = 20\lg\dfrac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e}$ für $R_1 = R_2 = 1\ \text{k}\Omega$ sowie $C_2 = 10\ \mu\text{F}$



2. Transistorschaltung bei DC und AC [34]

Gegeben

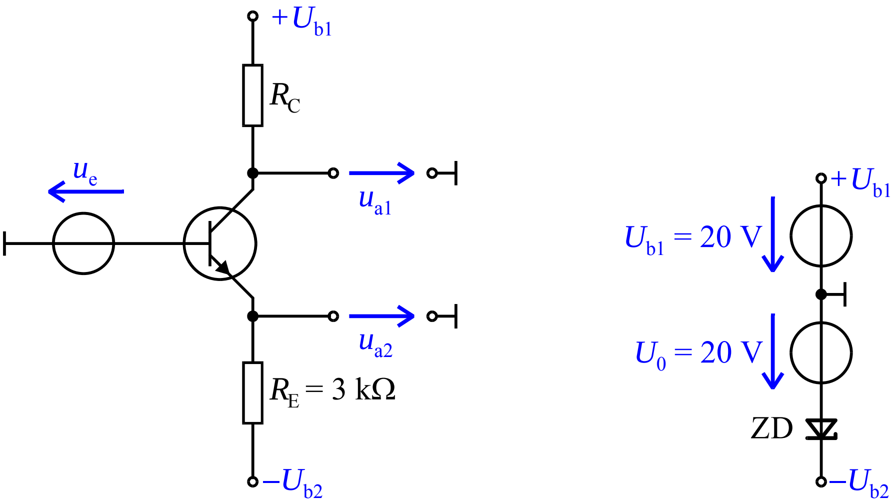
Transistor:

$\beta \approx B = 171$

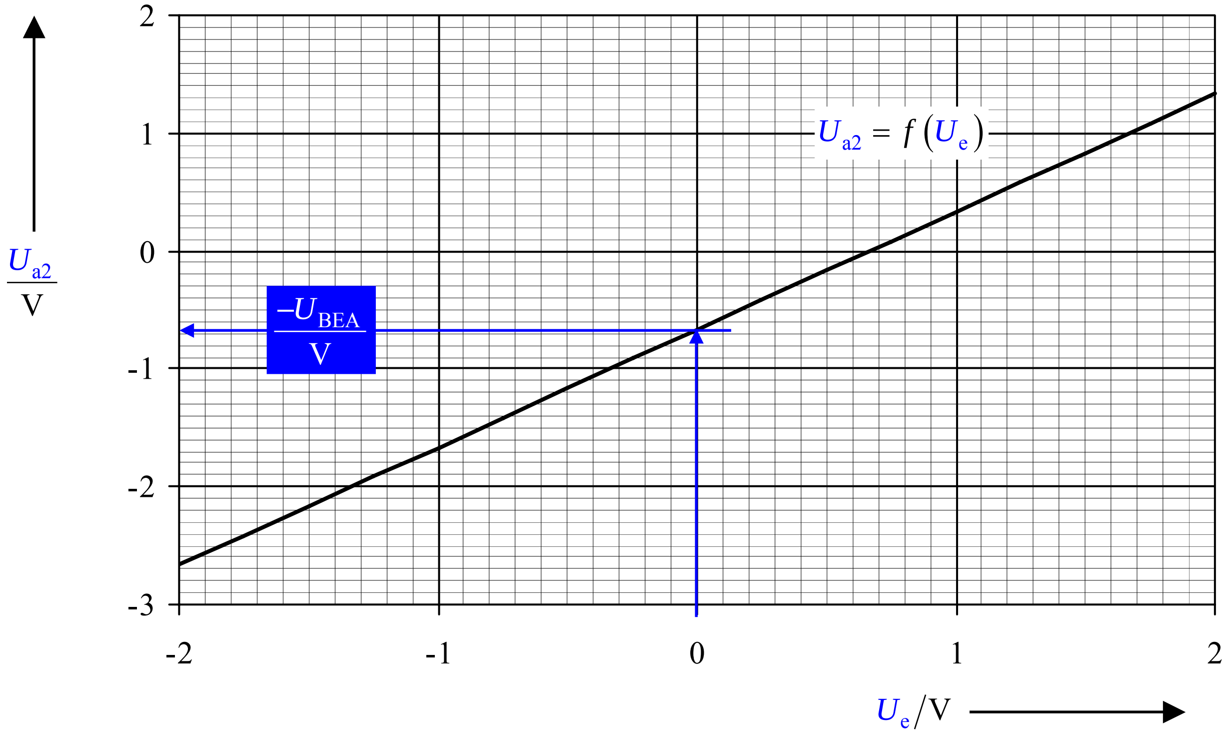
Z-Diode:

$U_Z = 12{,}1\ \mathrm{V}$,

$r_Z = 82\ \Omega$



Transferkennlinie mit Arbeitspunkt U_{BEA}



Allgemein

2.1 Grundschaltung hinsichtlich u_{a2} : Kollektorschaltung $\rightarrow$ Eingang an der Basis, Ausgang am Emitter. Eigenschaften: Hohe Eingangsimpedanz Z_e, niedrige Ausgangsimpedanz Z_{a2}, Spannungsverstärkung $v_u \approx 1$.

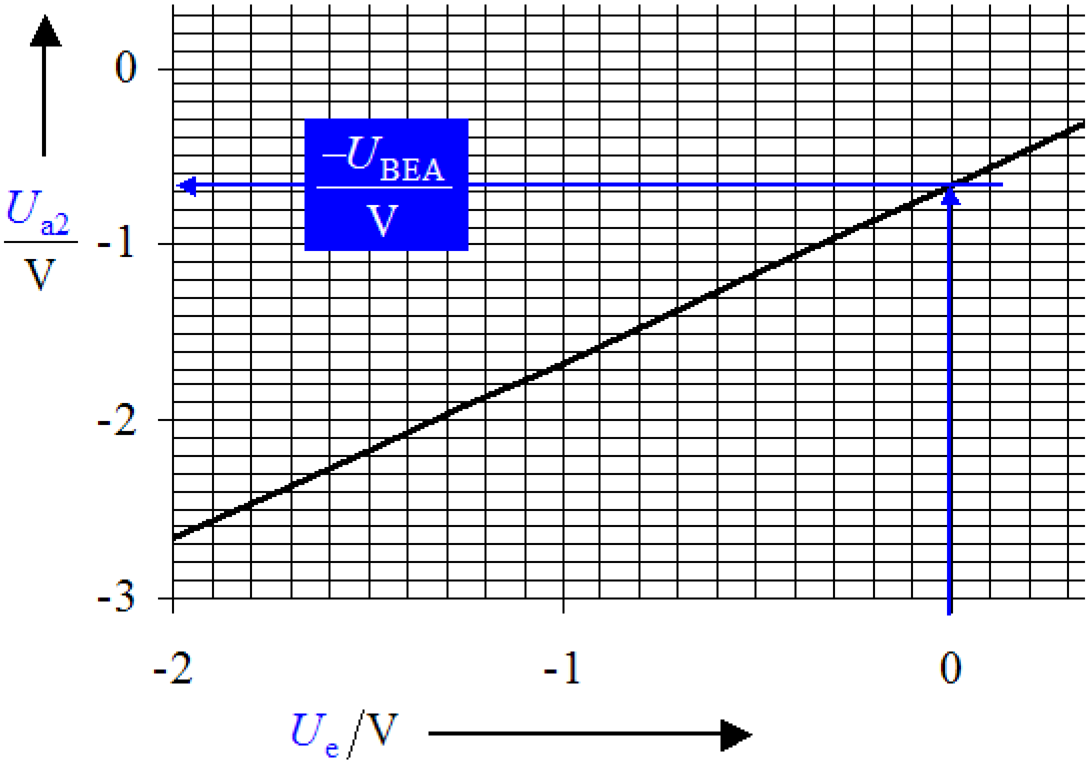
2.2 Eingangsimpedanz $Z_e = u_e / i_e$ und Ausgangsimpedanz $Z_{a1} = u_{a1} / i_{a1}$

$$Z_e = u_e / i_e \approx \beta (R_E + r_Z); \qquad Z_{a1} = u_{a1} / i_{a1} \approx R_C$$

DC

2.3 Basis-Emitterspannung im Arbeitspunkt U_{BEA}

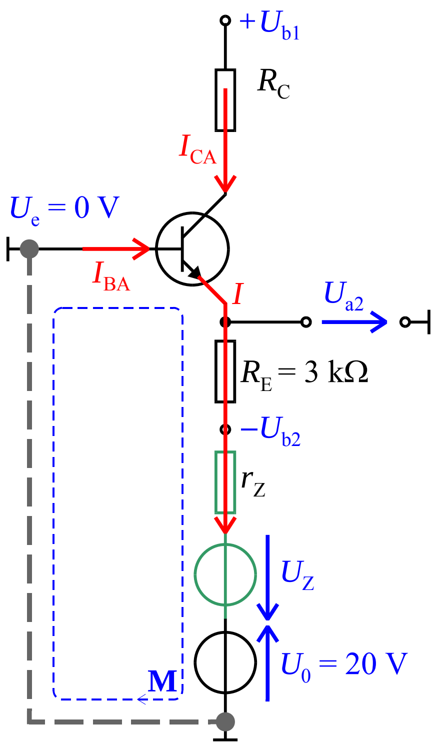
Aus der Transferkennlinie $U_{a2}(U_e)$ liest man bei $U_{a2}(U_e = 0\ \text{V}) = -0{,}67\ \text{V}$ ab. Da $U_{a2}(U_e = 0\ \text{V}) = -U_{BEA}$ erhält man für die Basis-Emitterspannung im Arbeitspunkt $U_{BEA} = 0{,}67\ \text{V}$.



Ausschnitt aus der gegebenen Transfer-Kennlinie

2.4 Kollektorstrom im Arbeitspunkt I_{CA}

Maschensatz liefert:



$$\text{M}\quad U_{BEA} + I\left(R_E + r_Z\right) + U_Z - U_0 = 0$$

$$I = \frac{U_0 - U_Z - U_{BEA}}{R_E + r_Z}$$

$$I = \frac{20\text{ V} - 12{,}1\text{ V} - 0{,}67\text{ V}}{3\text{ k}\Omega + 82\ \Omega} = 2{,}347\text{ mA}$$

Basis- und Kollektorstrom:

$$I = I_{BA}\left(1 + B\right) \quad \rightarrow \quad I_{BA} = \frac{I}{1+B} =$$

$$I_{CA} = \frac{BI}{1+B} = \frac{171 \cdot 2{,}347\text{ mA}}{172} = 2{,}333\text{ mA}$$

2.5 Widerstand R_C, damit die Kollektorspannung im Arbeitspunkt $U_{CA} = 6{,}0$ V wird

$$U_{CA} = U_{b1} - I_{CA}R_C \quad \rightarrow \quad R_C = \frac{U_{b1} - U_{CA}}{I_{CA}} = \frac{20\text{ V} - 6\text{ V}}{2{,}333\text{ mA}} \approx 6{,}00\text{ k}\Omega$$

AC

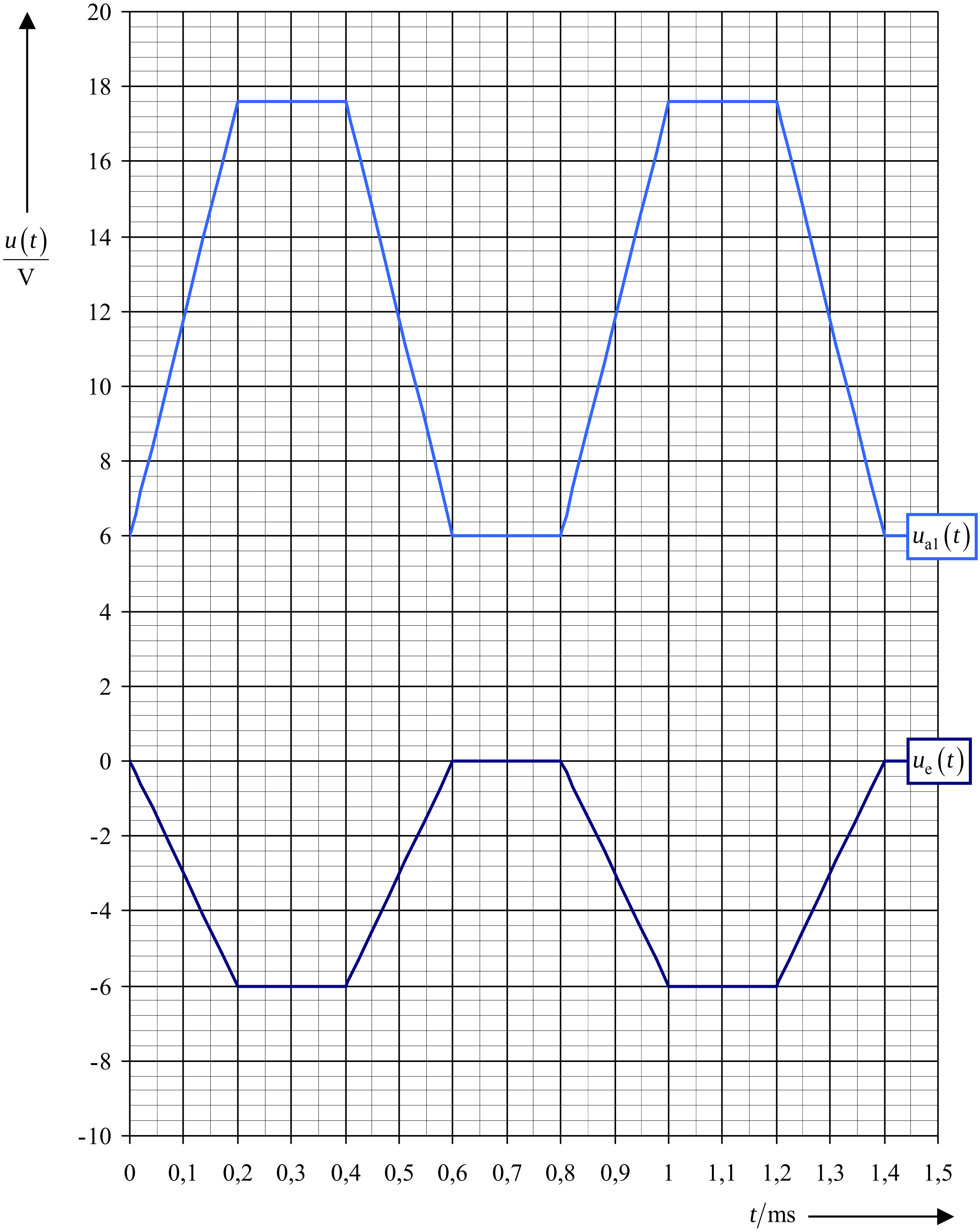
2.6 Leerlauf-Spannungsverstärkung $\underline{v}_{u1} = \underline{u}_{a1}/\underline{u}_e$

$$\underline{v}_{u1} = \frac{\underline{u}_{a1}}{\underline{u}_e} = -\frac{R_C}{R_E + r_Z}$$

2.7 Übertragungsmaß (G_{v1} in dB) und die Phase (φ_{v1} in Grad) von $\underline{v}_{u1} = \underline{u}_{a1}/\underline{u}_e$

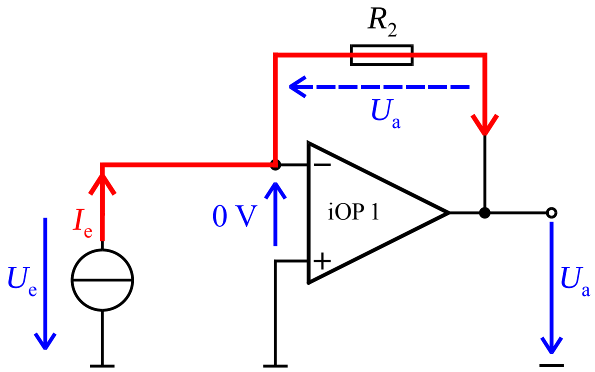
$$G_{v1} = 20\lg\left(\frac{R_C}{R_E + r_Z}\right)\text{dB} = 20\lg\left(\frac{6}{3 + 0{,}082}\right)\text{dB} = 5{,}801\text{ dB}\ ; \qquad \varphi_{v1} = 180\text{ Grad}$$

2.8 Eingangsspannung $u_e(t)$ und Ausgangsspannung $u_a(t)$



3. Stromgespeiste Operationsverstärkerschaltung [30]

3.1 Ausgangsspannung U_a in ***allgemeiner*** Rechnung (iOP **1**)



$\Rightarrow$ Eingangspannung ist null:

- Ausgangsspannung U_a fällt über R_2 ab
- R_1 ist wirkungslos (stromlos)

$\Rightarrow$ Am iOP 1-Ausgang wirkt Spannungsquelle:

- R_3 ist wirkungslos (U_a unabh. von R_3)

$\Rightarrow$ Ergebnis:

- $U_a = -I_e R_2$

3.2 Transfer-Kennlinie $U_a = f(I_e)$ für $R_1 = 47\ \Omega$, $R_2 = 10\ \mathrm{k\Omega}$, $R_3 = 4{,}7\ \mathrm{k\Omega}$

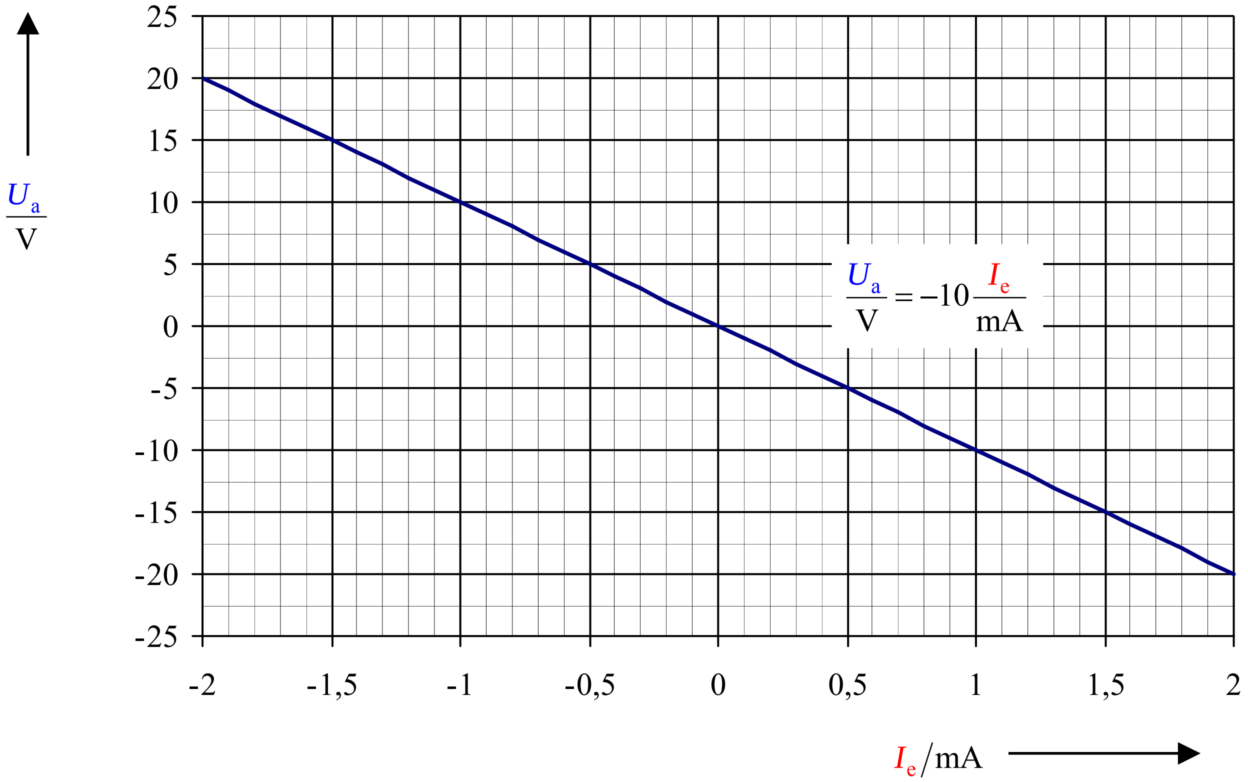
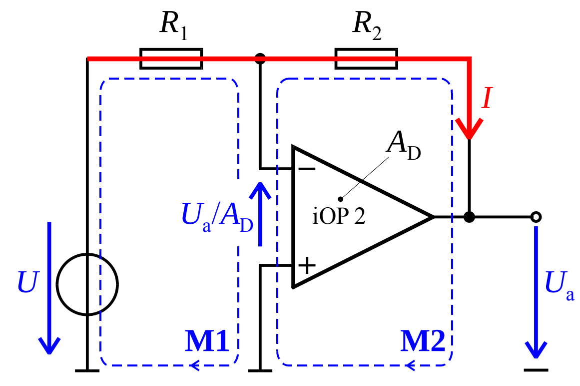


Abb. 3.2: $U_a = f(I_e)$ mit zugeschnittener Größengleichung für U_a/V

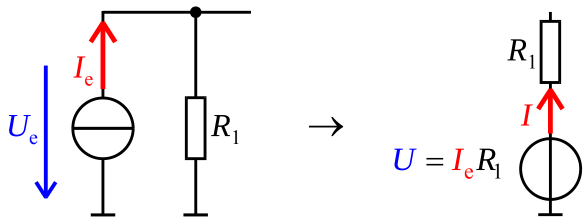
3.3 Ausgangsspannung U_a in ***allgemeiner*** Rechnung (iOP **2**)



⇒ Am iOP 2-Ausgang wirkt Spannungsquelle:

- R_3 ist wirkungslos (U_a unabh. von R_3)

⇒ Stromquelle → Spannungsquelle:



M1

$$-U + IR_1 - \frac{U_a}{A_D} = 0$$

M2

$$\frac{U_a}{A_D} + IR_2 + U_a = 0 \quad \rightarrow \quad I = -\frac{U_a\left(1+\frac{1}{A_D}\right)}{R_2}$$

in **M1** einsetzen liefert:

$$-U - \frac{R_1 U_a\left(1+\frac{1}{A_D}\right)}{R_2} - \frac{U_a}{A_D} = 0$$

U_a ausgeklammert:

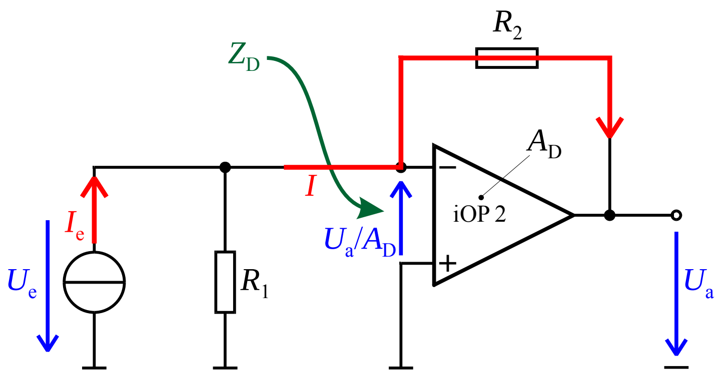
$$-U - U_a\left[\frac{R_1\left(1+\frac{1}{A_D}\right)}{R_2} + \frac{1}{A_D}\right] = 0 \qquad U_a = \frac{-U}{\frac{R_1\left(1+\frac{1}{A_D}\right)}{R_2} + \frac{1}{A_D}}$$

Mit $U = I_e R_1$ erhält man als Ergebnis:

$$U_a = \frac{-I_e R_1}{\frac{R_1}{R_2}\left(1+\frac{1}{A_D}\right) + \frac{1}{A_D}}$$

Für iOP 1 (**Aufg. 3.1**) ergibt sich: $U_a\left(A_D \rightarrow \infty\right) = -I_e R_2$

3.4 Eingangsimpedanz $Z_e = U_e / I_e$ für $A_D = 100$, $R_1 = 47\ \Omega$, $R_2 = 10\ \text{k}\Omega$, $R_3 = 4{,}7\ \text{k}\Omega$



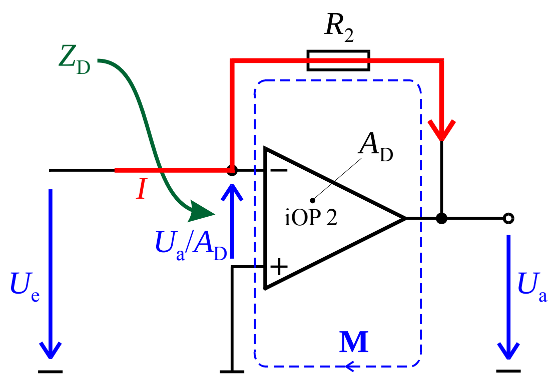
$\Rightarrow$ Am iOP 2-Ausgang wirkt die Spannungsquelle U_a:

- R_3 ist wirkungslos (U_a ist unabhängig von R_3)

$\Rightarrow$ Die Stromquelle „sieht" die Eingangsimpedanz $Z_e = R_1 \| Z_D$

Entsprechend dem Lösungsansatz $Z_e = R_1 \| Z_D$ erfolgt zuerst die Berechnung von $Z_D = \dfrac{U_e}{I}$

Bei der Berechnung der Impedanz Z_D ist es zweckmäßig, die Eingangsspannung U_e vorzugeben und den Strom I auszurechnen (man könnte natürlich auch den Strom vorgeben und die Spannung ausrechnen. Das führt ebenfalls zur gesuchten Impedanz).



Der Maschensatz

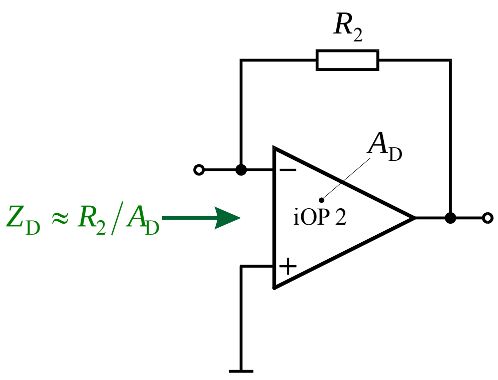
M: $\dfrac{U_a}{A_D} + IR_2 + U_a = 0$ liefert den Strom: $I = -\dfrac{U_a}{R_2}\left(1 + \dfrac{1}{A_D}\right)$ Gl. (1)

Die Eingangsspannung U_e entspricht der Differenzeingangsspannung des iOP 2:

$U_e = -\dfrac{U_a}{A_D}$ $\rightarrow$ $U_a = -U_e A_D$ in Gl. (1) einsetzen:

$I = \dfrac{U_e A_D}{R_2}\left(1 + \dfrac{1}{A_D}\right)$ $\rightarrow$ in Ansatz $Z_D = \dfrac{U_e}{I}$ einsetzen: $Z_D = \dfrac{U_e}{\dfrac{U_e A_D}{R_2}\left(1 + \dfrac{1}{A_D}\right)}$

$$Z_D = \frac{1}{\frac{A_D}{R_2}\left(1+\frac{1}{A_D}\right)} = \frac{R_2}{(A_D+1)}$$



Nebenbei sei festgehalten, dass am Differenzeingang des mit R_2 gegengekoppelten Operationsverstärkers iOP2 die niedrige Impedanz $Z_D = R_2/(1+A_D)$ wirkt. Für die gegebenen Werte $A_D = 100$ und $R_2 = 10\ \mathrm{k\Omega}$ ergibt sich beispielsweise $Z_D = 10\ \mathrm{k\Omega}/101 = 99{,}01\ \Omega$.

Berechnung der gesuchten Eingansimpedanz $Z_e = R_1 \| Z_D = \dfrac{R_1 Z_D}{R_1 + Z_D}$

$$Z_e = \frac{R_1 \frac{R_2}{(A_D+1)}}{R_1 + \frac{R_2}{(A_D+1)}}$$

Ergebnis: $Z_e = \dfrac{R_1 R_2}{R_1(A_D+1)+R_2} = 31{,}87\ \Omega$

alternativ könnte man wie folgt vorgehen:

$$Z_e = \frac{1}{Y_e} \quad \text{mit} \quad Y_e = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_D} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{\frac{R_2}{(A_D+1)}} = \frac{1}{R_1} + \frac{(A_D+1)}{R_2}$$

$$Z_e = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{(A_D+1)}{R_2}} = 31{,}87\ \Omega$$

Zu 1 Ausführliche Berechnung der komplexen Frequenzfunktion $\underline{v} = \frac{\underline{u}_a}{\underline{u}_e}$ für $R_1/R_2 = 1$

$$\underline{v} = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}{R_1} = -\frac{\overbrace{(1+j\omega C_2 R_2)}^{Zähler}}{j\omega C_2 R_1} = -\frac{\overbrace{(1+j\omega C_2)}^{Zähler}}{j\omega C_2 R_2 \frac{R_1}{R_2}} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1+j\frac{f}{f_g}}{j\frac{f}{f_g}} = -\frac{1+j\frac{f}{f_g}}{j\frac{f}{f_g}}$$

Grenzfrequenz ω_g

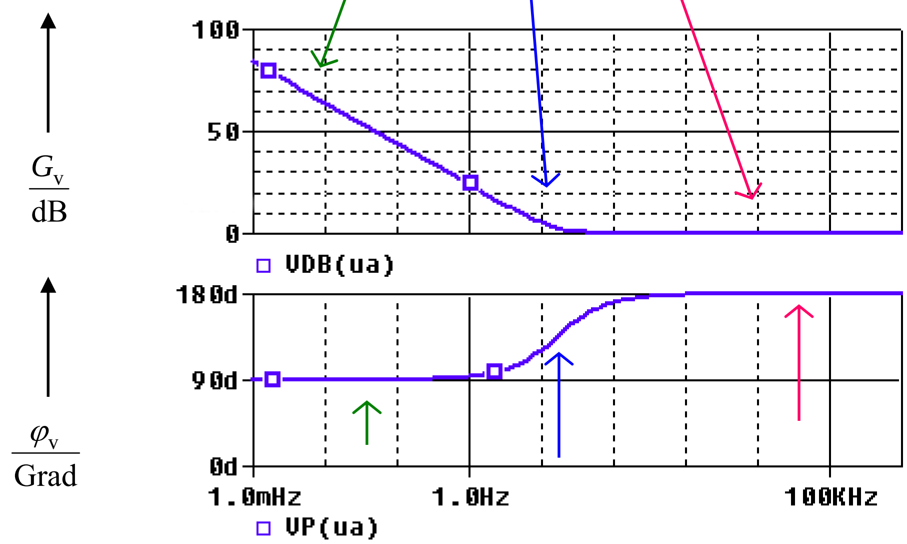
$$\mathrm{Re}\{\underline{Zähler}\} = \mathrm{Im}\{\underline{Zähler}\} \text{ bei } \omega = \omega_g \quad \Rightarrow \quad 1 = \omega_g C_2 R_2 \quad \Rightarrow \quad \omega_g = \frac{1}{C_2 R_2}$$

$$\Rightarrow \quad f_g = \frac{1}{2\pi C_2 R_2} = 15{,}92\ \mathrm{Hz}$$

Kurvendiskussion

$$\underline{v} = -\frac{1+j\frac{f}{f_g}}{j\frac{f}{f_g}} = \begin{cases} -\dfrac{\frac{f}{f_g}}{\frac{f}{f_g}} = -1 & \dfrac{f}{f_g} \gg 1 \quad \text{hohe Frequenzen} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} v = 1;\ G_v = 0\ \mathrm{dB} \\ \varphi_v = 180\ ° \end{cases} \\[2ex] \dfrac{-1-j}{j} = -1+j & \dfrac{f}{f_g} = 1 \quad \text{Grenzfrequenz} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} v = \sqrt{2};\ G_v = 3\ \mathrm{dB} \\ \varphi_v = 135\ ° \end{cases} \\[2ex] -\dfrac{1}{j\frac{f}{f_g}} & \dfrac{f}{f_g} \ll 1 \quad \text{niedrige Frequenzen} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} v \rightarrow \infty;\ G_v \rightarrow \infty \\ \varphi_v = 90\ ° \end{cases} \end{cases}$$

Bode-Dioagramm



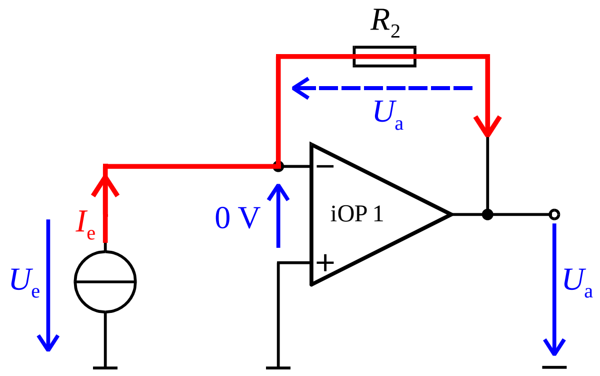
Diskussion zu #3.1: Ausgangsspannung U_a (iOP **1**)

Musterlösung

R_1 ist wirkungslos

R_3 ist wirkungslos

Ergebnis: $U_a = -I_e R_2$

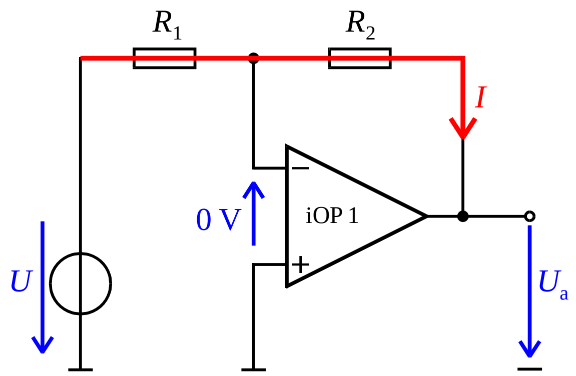


Auch korrekt

$U = I_e R_1$

$U_a = -U \frac{R_2}{R_1}$

$U_a = -I_e R_1 \frac{R_2}{R_1} = -I_e R_2$



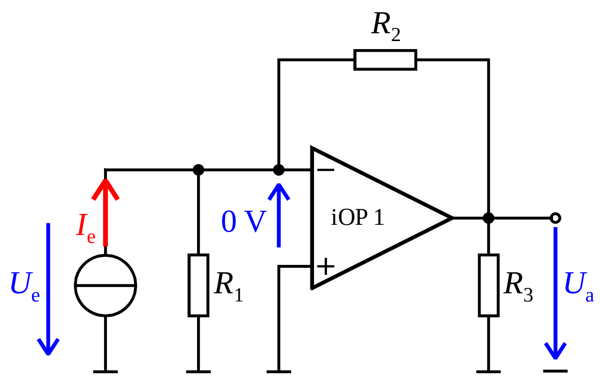
Nicht korrekt

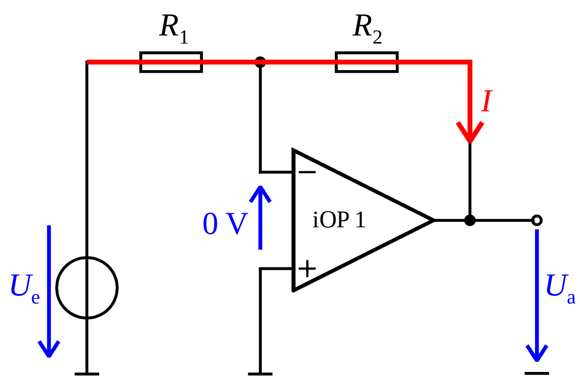
$U_e = I_e R_1 \rightarrow$ **falsch, weil Ue = 0**

$U_a = -U_e \frac{R_2}{R_1}$

$U_a = -I_e R_1 \frac{R_2}{R_1} = -I_e R_2$

Wer diesen etwas nachlässigen Rechenweg benutzt hat, bekam trotzdem die Muster-Punktzahl.

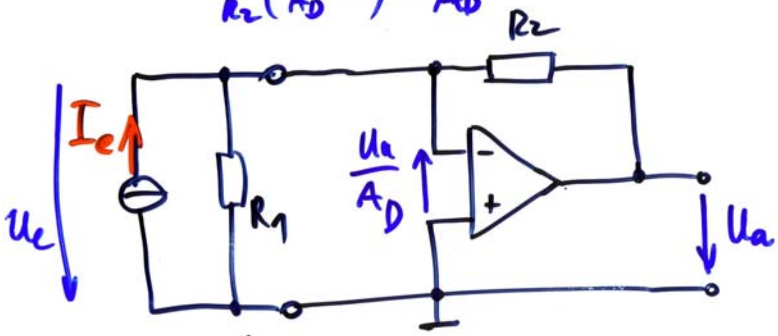




zu **#3.4:** Eingangsimpedanz (Vorauss.: iOP2)

Berechnung von Ze bei bekannter Ausgangsspanung Ua

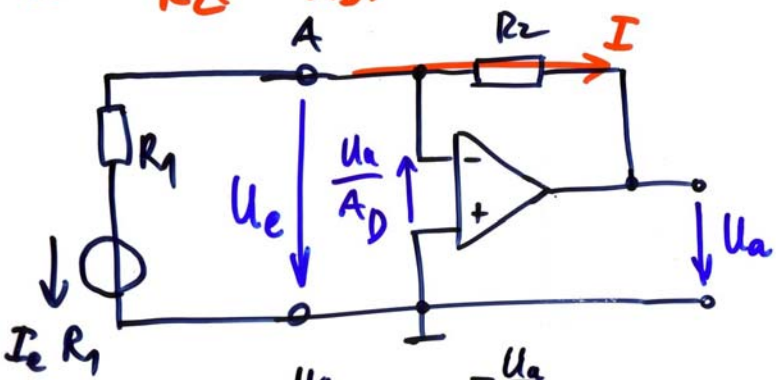
$$U_a = \frac{-I_e R_1}{\frac{R_1}{R_2}\left(\frac{1}{A_D}+1\right)+\frac{1}{A_D}}$$



$$Z_e = \frac{U_e}{I_e} = \frac{-\frac{U_a}{A_D}}{I_e} = \frac{R_1}{A_D\left[\frac{R_1}{R_2}\left(\frac{1}{A_D}+1\right)+\frac{1}{A_D}\right]} = \frac{R_1 R_2}{R_1(A_D+1)+R_2}$$

Berechnung von Ze bei bekanntem Strom I

$$I = -\frac{U_a}{R_2}\left(1+\frac{1}{A_D}\right)$$



$$Z_D = \frac{U_e}{I} = \frac{-\frac{U_a}{A_D}}{I} = \frac{-\frac{U_a}{A_D}}{-\frac{U_a}{R_2}\left(1+\frac{1}{A_D}\right)} = \frac{R_2}{(A_D+1)}$$

$$Z_e = R_1 \| Z_D = \frac{R_1 Z_D}{R_1 + Z_D} = \frac{R_1 R_2}{R_1\left(1+A_D\right)+R_2}$$

Diskussion zu #2: Einfluss der Z-Diode (ZD) auf das Schaltungsverhalten

1. Die ZD wird in der gegebenen Schaltung eingesetzt, um den sonst zu hohen Kollektorstrom $I_{\mathrm{CA}} \approx I$ zu verringern.

2. Mit Einsatz der ZD kann eine vorhandene symmetrische Spannungsversorgung $+20\ \mathrm{V}$, $-20\ \mathrm{V}$ verwendet werden.

3. **Ohne ZD** – also ZD durch Kurzschluss ersetzt – liegen $-20\ \mathrm{V}$ an R_{E} an.

   $$I_{\mathrm{ohne}} = \frac{U_0 - U_{\mathrm{BEA}}}{R_{\mathrm{E}} + r_{\mathrm{Z}}} = 6{,}272\ \mathrm{mA}$$

   Damit wäre $U_{\mathrm{CA}} \approx 20\ \mathrm{V} - 6{,}272\ \mathrm{mA} \cdot 6\ \mathrm{k\Omega} = -17{,}6\ \mathrm{V}$. U_{CA} darf in der gegebenen Schaltung jedoch nie negativ werden (U_{CA} sollte ungefähr bei $0{,}5 \cdot U_{\mathrm{b1}} = 10\ \mathrm{V}$ liegen – warum?)

4. **Mit ZD** liegen nur $-7{,}7\ \mathrm{V}$ an R_{E} an.

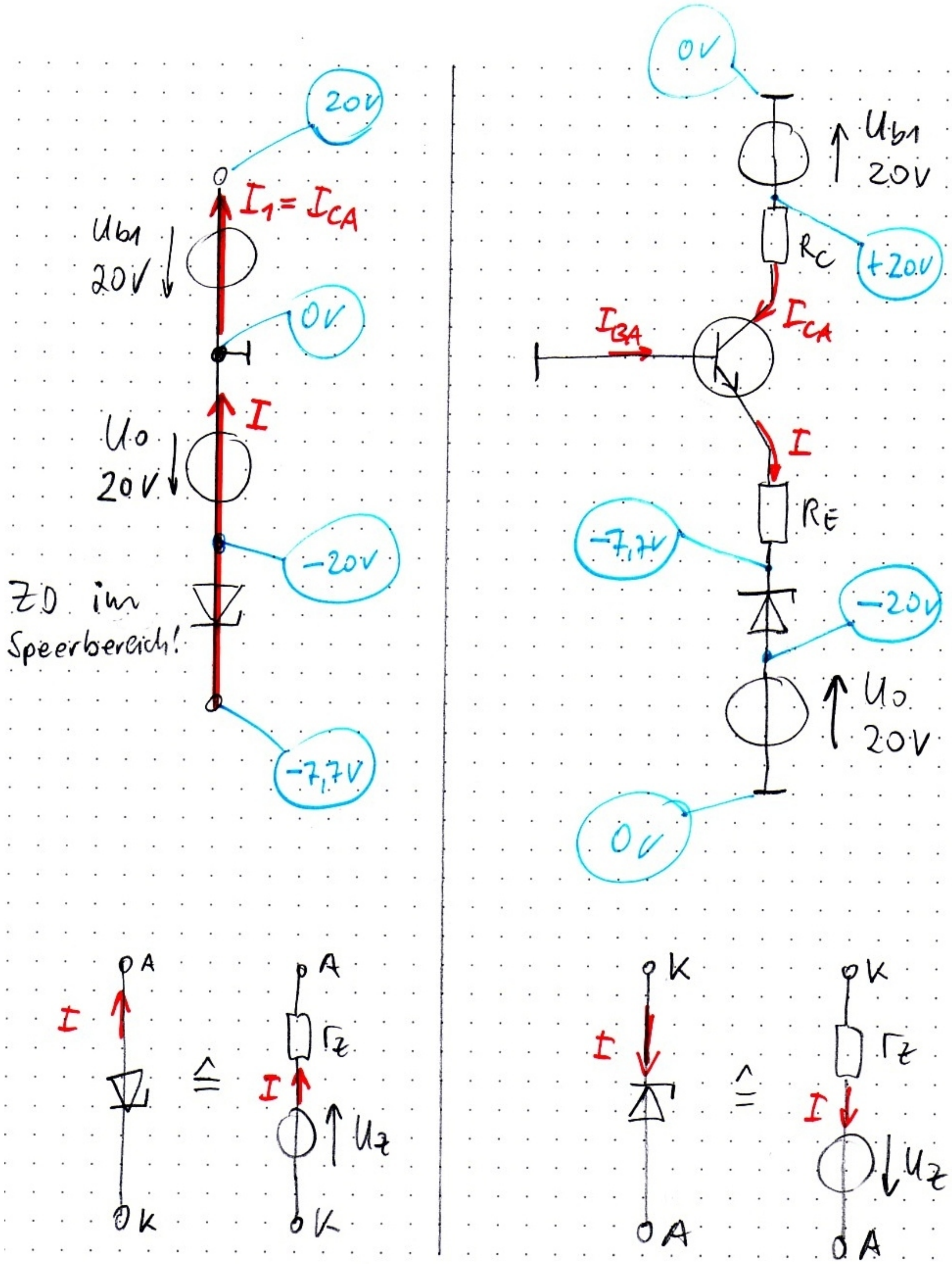
   $$I_{\mathrm{mit}} = \frac{U_0 - U_{\mathrm{Z}} - U_{\mathrm{BEA}}}{R_{\mathrm{E}} + r_{\mathrm{Z}}} = 2{,}347\ \mathrm{mA}$$

   $I_{\mathrm{CA}} \approx I$ ist damit niedriger und die Kollektorspannung hat mit $U_{\mathrm{CA}} = 6\ \mathrm{V}$ einen zulässigen Wert. Um auf den ‚empfohlenen' Wert $U_{\mathrm{CA}} = 10\ \mathrm{V}$ zu kommen, müsste eine ZD mit etwas höherer Zenerspannung U_{Z} verwendet werden.

EL W 2006

2.4 Kollektorstrom I_{CA}

HOCHSCHULE FURTWANGEN UNIVERSITY
10.01.10
Product Engineering
Wirtschafts-
ingenieurwesen



www.hs-furtwangen.de